PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDADES DE CASTILLA-LA MANCHA

JUNIO – 2015

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Puede utilizar cualquier tipo de calculadora.

OPCIÓN A

1º) Dada la función $f(x) = e^{sen\,x} + x^2 + ax + b, a, b \in R$:

a) Determina los parámetros $a, b \in R$ sabiendo que la gráfica de $f(x)$ pasa por el punto $P(0, 2)$ y que en dicho punto tiene un extremo relativo.

b) Para los valores de los parámetros encontrados, estudia si dicho extremo relativo es un máximo o un mínimo.

----

a)

Por pasar por $P(0, 2)$: $f(0) = 2 \Rightarrow e^0 + 0 + 0 + b = 2;\;\; 1 + b = 2 \Rightarrow \underline{b = 1}$.

$f'(x) = \cos x \cdot e^{sen\,x} + 2x + a$.

Por tener un extremo relativo en $P(0, 2)$: $f'(0) = 0$.

$f'(0) = 0 \Rightarrow \cos 0 \cdot e^{sen\,0} + 0 + a = 0;\;\; 1 \cdot 1 + a = 0 \;\Rightarrow\; \underline{a = -1}$.

b)

La función resulta: $f(x) = e^{sen\,x} + x^2 - x + 1$.

$f'(x) = \cos x \cdot e^{sen\,x} + 2x - 1$.

$f''(x) = -sen\,x \cdot e^{sen\,x} + \cos x \cdot \cos x \cdot e^{sen\,x} + 2$.

$f''(0) = -sen\,0 \cdot e^{sen\,0} + \cos^2 0 \cdot e^{sen\,0} + 2 = 0 + 1 + 2 = 3 > 0$.

$\underline{La\ función\ f(x)\ tiene\ un\ mínimo\ relativo\ en\ el\ punto\ P(0, 2)}.$

****

2º) Dada la función $g(x) = \begin{cases} 2x+4 & si\ -2 \le x < 0 \\ (2x-2)^2 & si\ 0 \le x \le 1 \end{cases}$:

$a)$ Esboza la región encerrada entre la gráfica de $g(x)$ y el eje de abscisas.

$b)$ Calcula el área de la región anterior.

$a)$

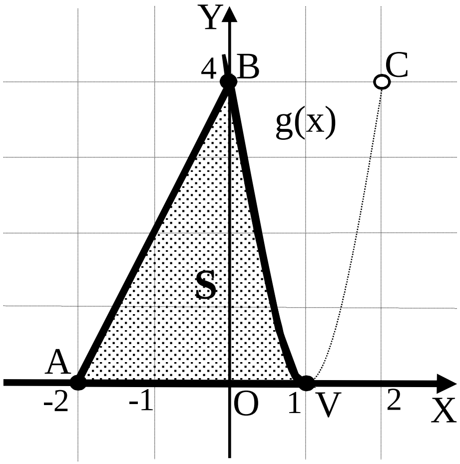
Siendo la recta $r \equiv y = 2x + 4$, dos de sus puntos son $A(-2, 0)$ y $B(0, 4)$.

Considerando la función $g(x) = (2x-2)^2 = 4x^2 - 8x + 4$, que es una parábola convexa (∪) cuyo vértice es el siguiente:

$g'(x) = 8x - 8 = 0 \rightarrow x = 1 \ \rightarrow V(1, 0)$.

Dos puntos de $g(x)$ son $B(0, 4)$ y $C(2, 4)$.

La representación gráfica de la función es, aproximadamente, la indicada en la figura adjunta.



$b)$

$S = \int_{-2}^{0} (2x+4) \cdot dx + \int_{0}^{1} (2x-2)^2 \cdot dx = M + M.$ (*)

$M = \int_{-2}^{0} (2x+4) \cdot dx = \left[\frac{2x^2}{2} + 4x\right]_{-2}^{0} = [x^2 + 4x]_{-2}^{0} =$

$= 0 - [(-2)^2 + 4 \cdot (-2)] = -(4-8) = -(-4) = \mathbf{4\ u^2}.$

$N = \int_{0}^{1} (2x-2)^2 \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c|c} 2x - 2 = t & x = 1 \rightarrow t = 0 \\ dx = \frac{1}{2}dt & x = 0 \rightarrow t = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \int_{-2}^{0} t^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot dt =$

$= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{t^3}{3}\right]_{-2}^{0} = \frac{1}{2} \cdot \left[0 - \frac{(-2)^3}{3}\right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} = \mathbf{\frac{4}{3}\ u^2}.$

Sustituyendo en (*) los valores obtenidos de M y N:

$S = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3}.$

$$\underline{S = \frac{16}{3}\ u^2.}$$

****

3º) $a)$ Despeja X en la ecuación matricial $X \cdot A + B = X$, donde A, B y X son matrices cuadradas de orden 3.

$b)$ Calcula X, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$a)$

$$X \cdot A + B = X; \;\; B = X - X \cdot A = X \cdot I - X \cdot A = X \cdot (I - A) = X \cdot M.$$

Multiplicando los dos términos por la izquierda por la inversa de $M = I - A$:

$$B \cdot M^{-1} = X \cdot M \cdot M^{-1} = X \cdot I \;\; \Rightarrow \;\; \underline{X = B \cdot (I - A)^{-1}}.$$

$b)$

$$M = I - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$(M|I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{Bmatrix} F_2 \to F_2 + F_1 \\ F_3 \to F_3 + 2F_1 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_3 \to F_3 + F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{M^{-1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix}.$$

$$X = B \cdot M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{X = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}}.$$

****

4º) $a)$ Calcula la distancia del punto $P(-1,2,0)$ a la recta $r \equiv \begin{cases} -x+y+2z=0 \\ y+z=1 \end{cases}$.

$b)$ Calcula el punto simétrico de P respecto de r.

$a)$

La distancia de un punto a una recta puede determinarse teniendo en cuenta que el área del paralelogramo que forman dos vectores es el módulo de su producto vectorial y, de forma geométrica, es el producto de la base por la altura.

La expresión de r dada por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$r \equiv \begin{cases} -x+y+2z=0 \\ y+z=1 \end{cases} \Rightarrow z=\lambda;\ y=1-\lambda;\ \ x=y+2z=1-\lambda+2\lambda=$$

$$=1+\lambda=x\ \Rightarrow\ r \equiv \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=\lambda \end{cases}.$$

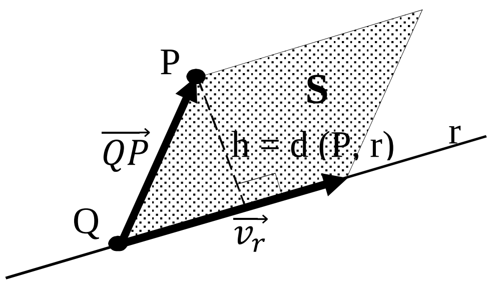
Un punto y un vector de r son $Q(1,1,0)$ y $\overrightarrow{v_r}=(1,-1,1)$.

$\overrightarrow{QP}=[P-Q]=[(-1,2,0)-(1,1,0)]=(-2,1,0)$.

Para una mejor comprensión del proceso se hace un dibujo de la situación.

$$\left.\begin{array}{c} S=\left|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{QP}\right| \\ S=\left|\overrightarrow{v_r}\right|\cdot h \end{array}\right\} \Rightarrow \left|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{QP}\right|=\left|\overrightarrow{v_r}\right|\cdot h\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \boldsymbol{h}=\boldsymbol{d(P,r)}=\frac{\left|\overrightarrow{\boldsymbol{v_r}}\wedge\overrightarrow{\boldsymbol{QP}}\right|}{\left|\overrightarrow{\boldsymbol{v_r}}\right|}.$$



Aplicando la fórmula al punto P y a la recta r:

$$d(P,r)=\frac{\left|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{QP}\right|}{\left|\overrightarrow{v_r}\right|}=\frac{\left\|\begin{matrix} i & j & k \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{matrix}\right\|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{|i+2k-k+2j|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{|i+2j+k|}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}{\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\sqrt{1+4+1}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\underline{\sqrt{2}\,u=d(P,r)}.$$

Otra forma de resolver este ejercicio es la siguiente:

El haz de planos $\perp$ a r tiene por ecuación: $\alpha \equiv x-y+z+D=0$.

De los infinitos planos del haz α, el plano π que contiene al punto $P(-1,2,0)$

es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r}\alpha \equiv x - y + z + D = 0 \\ P(-1,2,0)\end{array}\right\} \Rightarrow -1 - 2 + 0 + D = 0;\ -3 + D = 0 \to \boldsymbol{D = 3} \Rightarrow$$

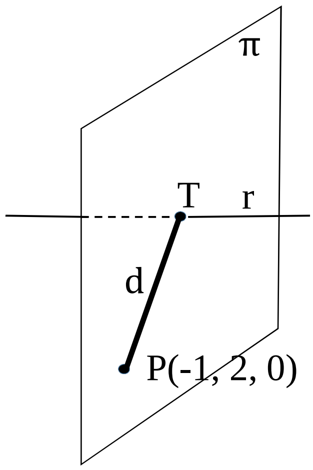
$\Rightarrow\ \boldsymbol{\pi \equiv x - y + z + 3 = 0}$.

El punto T, intersección de la recta r con el plano π es la solución del sistema que forman:

$$\left.\begin{array}{r}\pi \equiv x - y + z + 3 = 0 \\ r \equiv \begin{cases}-x + y + 2z = 0 \\ y + z = 1\end{cases}\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r}x - y + z = -3 \\ -x + y + 2z = 0 \\ y + z = 1\end{array}\right\} \Rightarrow 3z = -3 \Rightarrow z = -1;$$

$y = 1 - z = 1 + 1;\ y = 2;\ x - y + z = -3;\ \ x - 2 - 1 = -3 \Rightarrow x = 0.$

El punto de corte es $T(0,2,-1)$.



La distancia pedida del punto P a la recta r es equivalente a la distancia entre los puntos P y T, o sea el módulo de $\left|\overrightarrow{TP}\right|$:

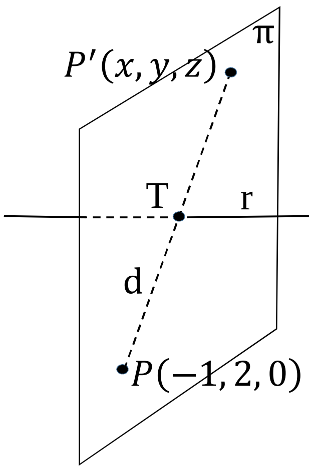
$$d(P,r) = \left|\overrightarrow{TP}\right| = \sqrt{(-1-0)^2 + (2-2)^2 + (0+1)^2} =$$

$$= \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$

$$\underline{d(P,r) = \sqrt{2}\ unidades}.$$

b)

Utilizando parte del apartado anterior se puede obtener el punto P' simétrico de P con respecto a r de la forma siguiente:



Tiene que cumplirse que $\overrightarrow{PT} = \overrightarrow{TP'}$: $[T - P] = [P' - T]$;

$[(0,2,-1) - (-1,2,0)] = [(x,y,z) - (0,2,-1)]$;

$$(1,0,-1) = (x, y-2, z+1) \Rightarrow \left.\begin{cases}x = 1 \\ y - 2 = 0 \to y = 2 \\ z + 1 = -1 \to z = -2\end{cases}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \underline{P'(1,2,-2)}.$$

****

OPCIÓN B

1º) Calcula el dominio y las asíntotas de las siguientes funciones:

$$f(x)=\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2},\ \ g(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}.$$

Para el dominio de $f(x)=\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2}$ debe tenerse en cuenta que no existe la raíz cuadrada de números negativos y que la función no existe para los valores de x que anulan el denominador, siendo distinto de cero el numerador.

Como quiera que para x = 2 la función resulta indeterminada, se debe redefinir la función para x = 2 con objeto de resolver la indeterminación.

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2}=\frac{\sqrt{4}-2}{2-2}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indet.\Rightarrow \lim_{x\to 2}\frac{\left(\sqrt{2x}-x\right)\left(\sqrt{2x}+x\right)}{(x-2)\left(\sqrt{2x}+x\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2x-x^2}{(x-2)\left(\sqrt{2x}+x\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{-x(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{2x}+x\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{-x}{\sqrt{2x}+x}=\frac{-2}{2+2}=-\frac{1}{2}.$$

La función $f(x)$ puede redefinirse como: $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2} & si\ \ x\neq 2\\ -\frac{1}{2}\ \ si\ \ x=2\end{cases}.$

El dominio de $f(x)$ es el siguiente: $\underline{D(f)\Rightarrow [0,+\infty)}$.

Las asíntotas pueden ser horizontales, verticales y oblicuas.

Horizontales: Son los valores finitos de x para los cuales la función toma valores finitos, es decir, es el límite cuando $x\to\infty$ de la función.

$$y=k=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2}=-1\ \Rightarrow\ \underline{Asíntota\ horizontal: y=-1}.$$

Verticales: Son los valores finitos de x que anulan el denominador.

$$\underline{La\ función\ no\ tiene\ asíntotas\ verticales}.$$

Oblicuas: Son de la forma $y=mx+n$, siendo:

$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$ y $n=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]$, con m finito y $m\neq 0$.

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{xLx}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{Lx}=\frac{1}{\infty}=0.$$

$$\underline{La\ función\ no\ tiene\ asíntotas\ oblicuas}.$$

(Además, las asíntotas oblicuas son incompatibles con las horizontales)

El dominio de una función racional es R, excepto los valores reales que anulan el denominador. El dominio de $g(x) = \frac{x^3}{x^2-4x+4}$ es el siguiente:

$x^2 - 4x + 4 = 0;\ \ (x-2)^2 = 0\ \Rightarrow \boldsymbol{x = 2}.$

$$\underline{D(g) \Rightarrow R - \{2\}}.$$

Las asíntotas de $g(x)$ son las siguientes:

Horizontales:

$$y = k = \lim_{x\to\infty} g(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x^2-4x+4} = \infty\ \Rightarrow\ \underline{No\ tiene\ síntotas\ horizontales}.$$

Verticales: Son los valores finitos de x que anulan el denominador.

$$\underline{Asíntota\ vertical: x = 2}.$$

Oblicuas: Son de la forma $y = mx + n$, siendo:

$m = \lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{x}$ y $n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx]$, con m finito y $m \neq 0$.

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x(x^2-4x+4)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x^3-4x^2+4x} = \mathbf{1}.$$

$$n = \lim_{x\to\infty} [g(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^3}{x^2-4x+4} - 1 \cdot x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3-x^3+4x^2-4x}{x^2-4x+4} = \mathbf{4}.$$

$$\underline{Asíntota\ oblicua: y = x + 4}.$$

****

2º) Dada la función $f(x) = (x+1) \cdot e^{2x}$, se pide:

a) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión de f(x).

b) Encuentra una primitiva de la función f(x) que pase por el origen de coordenadas.

----

a)

Una función es cóncava (∩) o convexa (∪) cuando su segunda derivada es negativa o positiva, respectivamente.

$$f'(x) = 1 \cdot e^{2x} + (x+1) \cdot 2 \cdot e^{2x} = e^{2x}(1 + 2x + 2) = e^{2x}(2x+3).$$

$$f''(x) = 2 \cdot e^{2x} \cdot (2x+3) + e^{2x} \cdot 2 = 2e^{2x}(2x+3+1) = 4e^{2x}(x+2).$$

$$f''(x) = 0 \;\Rightarrow\; 4e^{2x}(x+2) = 0 \;\Rightarrow \boldsymbol{x = -2}.$$

Teniendo en cuenta que el dominio de la función es R, los periodos de concavidad y convexidad son los siguientes:

$$\underline{Concavidad\ (\cap) \Rightarrow f''(x) < 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2)}.$$

$$\underline{Convexidad\ (\cup) \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow x \in (-2, +\infty)}.$$

Una función tiene un punto de inflexión para los valores de x que anulan la 2ª derivada, siendo distinto de cero la 3ª derivada para los valores que anulan la segunda.

$$f''(x) = 0 \;\Rightarrow\; x = -2 \;\Rightarrow\; f'''(-2) \neq 0 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{P.I. para\ x = -2}.$$

$$f(-2) = (-2+1) \cdot e^{-4} = \frac{-1}{e^4} \;\Rightarrow\; \underline{P.I. \Rightarrow A\left(-2, -\frac{1}{e^4}\right)}.$$

b)

$$F(x) = \int (x+1) \cdot e^{2x} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} x+1 = u \rightarrow du = dx \\ e^{2x} \cdot dx = dv \rightarrow v = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+1) \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{2x} - \int \frac{1}{2} \cdot e^{2x} \cdot dx = \frac{1}{2}(x+1)e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} = \frac{1}{4}e^{2x}(2x+2-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{F(x) = \frac{1}{4}e^{2x}(2x+1)}.$$

$$F(0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}e^0(0+1) = \frac{1}{4} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{4}e^{2x}(2x+1) - \frac{1}{4}.$$

$$\underline{F(x) = \frac{1}{4}\left[e^{2x}(2x+1) - 1\right]}.$$

****

3º) He pensado un número de tres cifras tal que la cifra de las decenas es la media aritmética de las otras dos. Además, si dicho número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198. Por último, las tres cifras de mi número suman 12.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales que recoja la información anterior y clasifícalo. Para ello, puede ser útil observar que el número cuya cifra de las centenas es x, la de las decenas y, y la de las unidades z, puede expresarse $100x + 10y + z$.

b) Determina, si el problema tiene solución, el número de tres cifras que he pensado.

----

a)

Sea el número (xyz) (no como producto).

Del enunciado del ejercicio se deduce el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} y = \dfrac{x+z}{2} \\ (xyz) - (zyx) = 198 \\ x + y + z = 12 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2y = x + z \\ 100x + 10y + z - (100z + 10y + x) = 198 \\ x + y + z = 12 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x - 2y + z = 0 \\ 100x + 10y + z - 100z - 10y - x = 198 \\ x + y + z = 12 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x - 2y + z = 0 \\ 99x - 99z = 198 \\ x + y + z = 12 \end{array}\right\}$$

Finalmente, el sistema resultante es: $\underline{\left.\begin{array}{r} x - 2y + z = 0 \\ x - z = 2 \\ x + y + z = 12 \end{array}\right\}}.$

b)

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y + z = 0 \\ x - z = 2 \\ x + y + z = 12 \end{array}\right\} \rightarrow z = x - 2 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - 2y + (x - 2) = 0 \\ x + y + (x - 2) = 12 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2x - 2y = 2 \\ 2x + y = 14 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x - y = 1 \\ 2x + y = 14 \end{array}\right\} \Rightarrow 3x = 15;\ \ \boldsymbol{x = 5};\ \ z = 5 - 2;\ \ \boldsymbol{z = 3};\ \ 5 + y + 3 = 12;\ \ \boldsymbol{y = 4}.$$

$$\underline{El\ número\ pensado\ es\ el\ 543.}$$

****

4º) Dados los puntos $A(1, \lambda+1, -1)$, $B(2, \lambda, 0)$ y $C(\lambda+2, 0, 1)$, se pide:

a) Estudia si existe algún valor del parámetro $\lambda \in R$ para que A, B y C estén alineados.

b) Para $\lambda = -1$, da la ecuación implícita del plano π que contiene a los puntos A, B y C.

----

a)

Los puntos $A(1, \lambda+1, -1)$, $B(2, \lambda, 0)$ y $C(\lambda+2, 0, 1)$ determinan los vectores:

$\overrightarrow{AB} = [B - A] = [(2, \lambda, 0) - (1, \lambda+1, -1)] = (1, -1, 1)$.

$\overrightarrow{AC} = [C - A] = [(\lambda+2, 0, 1) - (1, \lambda+1, -1)] = (\lambda+1, -\lambda-1, 2)$.

Los puntos A, B y C estarán alineados cuando los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ sean linealmente dependientes, o sea, cuando sus componentes sean proporcionales:

$\frac{\lambda+1}{1} = \frac{-\lambda-1}{-1} = \frac{2}{1} \Rightarrow \lambda + 1 = 2 \Rightarrow \lambda = 1$.

$$\underline{Los\ puntos\ A, B\ y\ C\ están\ alineados\ para\ \lambda = 1}.$$

b)

Para $\lambda = -1$ los puntos son $A(1, 0, -1)$, $B(2, -1, 0)$ y $C(1, 0, 1)$, que determinan los vectores $\overrightarrow{AB} = (1, -1, 1)$ y $\overrightarrow{AC} = (0, 0, 2)$.

La ecuación implícita del plano π que contiene a los puntos A, B y C es:

$\pi(A;\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0;\ -2(x-1) - 2y = 0;$

$(x-1) + y = 0$.

$$\underline{\pi \equiv x + y - 1 = 0}.$$

****